## MIMO: estimación de capacidad

# Introducción

El objetivo de esta práctica es evaluar la capacidad de sistemas de multiplexación espacial basados en MIMO, presentando los resultados de manera didáctica.

Para la práctica se emplearán dos sesiones de laboratorio (un total de cuatro horas). Como herramienta de simulación y visualización de resultados se empleará Matlab.

El alumno realizará las actividades que se indican en este documento. Con los resultados obtenidos, más la información adicional que juzgue conveniente, realizará un informe que deberá ser subido a la carpeta de la práctica en Moodle, en un plazo de una semana desde la realización de la práctica.

La teoría de sistemas MIMO sobre la que se sustenta esta práctica es la descrita en el Apéndice I del fichero SC\_II – Tema 2(4) y, en particular, el contenido de las láminas dedicadas al tema de conformado de haz modal o multiplexación espacial.

# Sistema de referencia

A efecto de evaluar las prestaciones de un sistema MIMO, se tomará como referencia un enlace SISO (una antena en transmisión y otra de recepción) con modulación OFDM, ancho de banda unidad, potencia de salida del transmisor de 0 dB, y una relación S/N en recepción variable como parámetro entre 0 y 30 dB (Figura 1). Especificar la S/N en recepción permite olvidarse de valores absolutos de potencia, se trabaja únicamente con valores relativos, y es una forma equivalente de indicar que en recepción existe un fondo de ruido de N (dB) y que las pérdidas L (dB) del canal son tales que

0 – L = S/N + N, en dB (1)



**Figura 1**. Enlace de referencia

Adicionalmente, en el canal se introduce un desvanecimiento aleatorio con profundidad máxima de desvanecimiento de 6 dB. La manera de simular el desvanecimiento será asignar al canal un coeficiente de transmisión h cuya variación, o desvanecimiento, es una variable aleatoria uniforme en el margen [-6 , 0] dB, 10·log(h2) = rand[-6, 0]. Este desvanecimiento provoca una degradación asociada en la relación S/N de la instancia del enlace; p.ej., si en ausencia de desvanecimiento se ha seleccionado una relación S/N de 20 dB, con un desvanecimiento de 4 dB la S/N resultante es 20 - 4 = 16 dB.

La capacidad del enlace de referencia se calculará de acuerdo con la ley de Shannon [[1]](#footnote-2), asociando las imperfecciones del sistema de corrección de errores a una degradación adicional de la relación S/N de 1 dB. La capacidad se calculará además como valor medio de las capacidades de 100 instancias diferentes del sistema, cada instancia con un valor de desvanecimiento diferente, de acuerdo con el criterio de distribución uniforme mencionado anteriormente.

# Sistema MIMO

El sistema MIMO será de Ni x No antenas, Ni = No =4, donde Ni es el número de antenas transmisoras y No el de receptoras. La potencia transmitida por cada antena será 0 – 10·log(Ni) (dB), es decir, los 0 dB especificados en el sistema de referencia se reparten por igual entre las antenas de salida, de forma que la potencia total de transmisión del sistema MIMO es igual a la del sistema de referencia. Asímismo, existe en cada receptor el mismo fondo de ruido que en el sistema de referencia, la modulación es OFDM y el ancho de banda la unidad.

El canal se modela como una atenuación L, la del sistema de referencia, igual para todas las parejas Tx-Rx de antenas, y una matriz de transmisión H, de dimensiones Ni x No, que caracteriza en banda base las diferencias de transmisión entre las diferentes parejas de antenas. Teniendo en cuenta que para un mismo camino de propagación, principal o secundario, las pérdidas de propagación entre diferentes antenas son similares, siendo las diferencias principales las que resultan de polarizaciones diferentes, se define H con los supuestos siguientes:

1. El módulo de los coeficientes hij, siendo hij el elemento (i,j) de la matriz H, estará en el margen [-6 , 0] dB, con probabilidad de distribución uniforme, 10·log(h2ij) = N[-6, 0].
2. La fase de los elementos hij estará distribuida uniformemente en el margen [0, faseMax], siendo faseMax el desfase asociado a un retardo igual a la duración del prefijo cíclico[[2]](#footnote-3).

El sistema MIMO está basado en multiplexación espacial: a cada antena receptora se le asigna un modo de transmisión MIMO independiente; cada modo está definido por un coeficiente di, siendo di la raíz cuadrada del autovalor i común a las matrices HHH y HHH (H indica conjugada traspuesta).

La capacidad de transmisión del sistema MIMO se calculará como suma de las capacidades de cada uno de sus modos. Asimismo, y dada la variabilidad estadística de los coeficientes, la capacidad se calculará, al igual que en el sistema de referencia, como el valor medio de las capacidades de 100 [[3]](#footnote-4) instancias.

La práctica consta de dos partes. En la primera parte se calculará la capacidad del sistema MIMO frente a la del sistema de referencia en un caso ideal, es decir, suponiendo que no hay error en la estimación del canal ni en la implementación del procesado MIMO en los extremos transmisor y receptor. En la segunda la capacidad se calculará admitiendo un error en la estimación de los coeficientes de la matriz H.

# Primera parte de la práctica: sistema MIMO ideal

En esta primera parte de la práctica se supone un sistema MIMO ideal 4x4. En este caso, la relación señal ruido asociada al modo i es simplemente

S(i)/N(i) (B) = S/N (dB) – 10·log(Ni) - 10·log(No) + 10·log(d2i) (2)

donde S/N es la relación señal ruido del caso SISO de referencia (1), 10·log(Ni) tienen en cuenta que la potencia de entrada del caso SISO, en el caso MIMO se reparte entre todas las antenas transmisoras, y el término 10·log(No) indica que la potencia de ruido en receptor es la suma de las contribuciones de todas las antenas receptoras. Como di es una variable aleatoria, es necesario calcular la capacidad como valor medio de las capacidades en un número suficientemente elevado de instancias de S(i)/N(i)

El alumno deberá realizar las activades siguientes.

1. Definición y ejecución de script

El alumno definirá en el informe de la práctica un script con cuya ejecución se obtengan los valores de di y las gráficas de comparación de capacidad entre el sistema MIMO y el de referencia. Habrá dos gráficas, una se referirá a un sistema LTE con prefijo cíclico normal, y la segunda a un sistema LTE con prefijo cíclico extendido. Se llama la atención de que los resultados para el caso de prefijo cíclico extendido son los mismos que para IEEE 802.11. El alumno buscará la longitud de la FFT y de los prefijos cíclicos en la Recomendación de la ETSI o 3GPP que corresponda.

En cada gráfica la variable independiente será la relación S/N de referencia, entre 0 y 30 dB. Por S/N de referencia se entiende la relación S/N que existiría en recepción en el caso SISO.

1. Obtención de las gráficas de resultados.

El alumno representará sobre una misma gráfica la curva de capacidad en bits/Hz en función de la relación señal ruido de referencia para tres casos diferentes:

1. Sistema SISO
2. Sistema MIMO 4x4 con CP normal
3. Sistema MIMO 4x4 con CP extendido
4. Comentarios sobre los resultados. P.ej., explicar por qué la capacidad es mayor en el caso de prefijo cíclico extendido, comparación entre las diferentes curvas, etc.
5. Análisis de los valores de di.

Utilizando el procedimiento de representación de los valores de di que estime conveniente, el alumno realizará los comentarios que considere oportunos sobre los valores di y su impacto en el funcionamiento del sistema MIMO.

# Segunda parte: sistema MIMO con errores de estimación de canal

## Consideraciones específicas para el cálculo de capacidad cuando hay errores en la estimación del canal

A continuación se describen las consideraciones que hay que tener en cuenta para calcular la capacidad de un sistema MIMO cuando se cometen errores en la estimación de la matriz H.

En un sistema MIMO el vector Y de salida se relaciona con el X de entrada

Y = UH·H·V · X (3)

siendo

U: matriz de autovectores de H·HH

V: matriz de autovectores de HH·H

Cuando el sistema es ideal, UH·H·V = D , siendo D una matriz diagonal, y di el elemento i de la diagonal. En este caso, la señal que se introduce en el puerto i del módulo de precodificación[[4]](#footnote-5) del extremo transmisor se obtiene, debidamente atenuada y superpuesta con ruido, en la salida i correspondiente del módulo de poscodificación del extremo receptor[[5]](#footnote-6).

Cuando el sistema no es ideal, aunque la matriz de transmisión sigue siendo H, la que se estima es Herr, una matriz de transmisión con errores, cuyo elemento hijerr es

|hijerr| (dB) = |hij| (dB) - Δmod (dB) (4a)

fase (hijerr) = fase (hij) + Δfase (4b)

donde hij es el elemento (i,j) de matriz H sin errores, y Δmod y Δfase son variables aleatorias con una distribución uniforme que se puede asumir uniforme centrada en 0

Δmod = rand[-ΔmodMax, ΔmodMax]

Δfase = rand[-ΔfaseMax, ΔfaseMax]

Como lo que el sistema mide es Herr, en vez de la matrices U y V se tienen las matrices Uerr y Verr, donde Uerr y Verr son las matrices de autovectores de Herr·HHerr y HHerr·Herr, respectivamente.

La matriz Uerr'·H·Verr ya no es diagonal. Esto implica que en el puerto i de salida se obtiene, además del ruido de fondo y una réplica de la señal del puerto i de entrada, un ruido de diafonía, que es señal proviniente de manera indeseada de los puertos de entrada j, j≠i.

En consecuencia, para calcular la relación S(i)/N(i), es decir, la relación señal a ruido del modo MIMO i medida en el puerto de salida i, hay que tener en cuenta que algo de la potencia que se inyecta en el puerto de entrada i se desvía de manera indeseada a los otros puertos de salida j, y que en el puerto de salida i aparece ruido de interferencia, o diafonía, por el hecho de que algo de la señal que se inyecta en los puertos j de entrada se cuela en el puerto de salida i.

Sin entrar en demostraciones algebraicas, que el alumno puede realizar si le interesan, la relación S(i)/N(i) en el puerto de salida i , se calcula, de forma aproximada, de la manera siguiente:

1. Cálculo de la potencia S(i) en el puerto de salida i

S(i) = |Y(i)|2, para X(j) = 0 , X(i) = P1/2  , j≠i

siendo

P: potencia de entrada a cada antena transmisora, P(dB) = – 10·log(Ni),

P = 10P(dB)/10

1. Cálculo del ruido S(i) en el puerto de salida i

El ruido en el puerto de salida i, N(i), tiene ahora dos componentes, el ruido térmico, de potencia N, y el de interferencias, o diafonía, de potencia Nint(i)

El térmico se calcula de la relación señal-ruido sin interferencias, lo que en el apartado anterior se denomina S/N de referencia

N(dB) = – S/N(dB) + 10·log(No)

El de interferencias es el medido en el puerto de salida i cuando se inyecta señal en los de entrada j, j≠i

Nint(i) = |Y(i)|2, para X(i) = 0 , X(j) = P1/2 , j≠i [[6]](#footnote-7)

En consecuencia, el ruido total en el puerto i vale

N(i) = N + Nint(i)

1. Cálculo de la relación S(i)/N(i) en el puerto de salida i, de acuerdo con lo anterior

S(i)/N(i)

Una vez calculada la relación señal ruido de cada modo, la capacidad se calcula como suma de las capacidades de los diferentes modos, obteniéndose la capacidad de cada modo con la ley de Shannon, con 1 dB de margen.

## MIMO con errores: actividades a realizar por el alumno

En la segunda parte de la práctica también hay que definir un script, documentando su contenido, programarlo, obtener resultados y comentarlos. Se generarán dos gráficas, una para CP normal y otra para CP extendido.

En cada una de las gráficas se incluirán cinco curvas diferentes:

1. Sistema SISO, al igual que en la primera parte
2. Sistema MIMO, sin error
3. Tres gráficas de un sistema MIMO con errores en la estimación de los coeficientes hij de la matriz H. Cada una de las tres gráficas corresponderá a una pareja de valores (ΔmodMax, ΔfaseMax) diferente, a escoger por el alumno, de forma que se visualice cómodamente cómo se degrada la evolución de la capacidad con valores crecientes del error de estimación de canal.

1. C (bits) = 1,44·B(Hz)·ln(1 + S/N) = B(Hz)·log2(1 + S/N) [↑](#footnote-ref-2)
2. Un retardo igual a la longitud de un periodo IFFT equivale a un desfase de 2π. [↑](#footnote-ref-3)
3. Se sugiere 100 como número mínimo. El alumno puede escoger un número superior. [↑](#footnote-ref-4)
4. De ahora en adelante, puerto i de entrada [↑](#footnote-ref-5)
5. De ahora en adelante, puerto i de salida [↑](#footnote-ref-6)
6. Sería más preciso considerar P como una variable aleatoria, con amplitud variable alrededor del valor P y con una fase aleatoria. Pero la variabilidad estadística de los coeficientes hij permite que la aproximación escogida sea aceptable [↑](#footnote-ref-7)